



Prof. Dr. Antony Unwin, Dr. Ali Ünlü
Lehrstuhl für Rechnerorientierte Statistik und Datenanalyse
Institut für Mathematik
Universität Augsburg
<http://stats.math.uni-augsburg.de/>

Stochastik I – Wahrscheinlichkeitstheorie (WS 2008/09)

Übungsblatt 3

Abgabe: Mittwoch 5. November 2008, bis spätestens 12.00 Uhr; Briefkasten: Wahrscheinlichkeitstheorie

1. Verifizieren Sie die nachfolgenden Rekursionsformeln.

(a) $\text{Binomial}(k+1; N, p) = \frac{(N-k)p}{(k+1)(1-p)} \text{Binomial}(k; N, p)$.

(b) $\text{Poisson}(k+1; \lambda) = \frac{\lambda}{k+1} \text{Poisson}(k; \lambda)$.

(c) $\text{Hypergeometrisch}(k+1; n, N, K) = \frac{(K-k)(n-k)}{(k+1)(N-K-n+k+1)} \text{Hypergeometrisch}(k; n, N, K)$.

2. Betrachtet wird der Datensatz `Animals` im Paket `MASS` in R. (Hinweis: Die Funktionen `sort()` und `rank()` sind hier hilfreich. Studieren Sie auch die jeweiligen R-Hilfeseiten zum Datensatz und zu den genannten Funktionen.)

(a) Falls nötig installieren und laden Sie das Paket `MASS`. Was beschreibt dieser Datensatz? Was sind hier die Fälle und Variablen? Wieviele Fälle und Variablen sind im Datensatz enthalten?

(b) Bestimmen Sie das sechschwerste Tier. Wie schwer ist dessen Gehirn? Welches Tier hat das drittleichteste Gehirn? Was ist dessen Körpergewicht?

(c) Bestimmen Sie für alle Tiere das Verhältnis von Gehirn- zu Körpergewicht (Achtung: Einheiten). Für welches Tier liegt das kleinste bzw. größte Verhältnis vor, und was sind die konkreten Zahlenwerte? Wie groß ist das Verhältnis beim Hasen und welchen Rang nimmt es ein?

3. Laut Liefervertrag darf in einer Firma eine Lieferung im Umfang von 1000 Teilen höchstens 2% defekte Teile enthalten. Laut Prüfverfahren wird die Lieferung zurückgewiesen, wenn eine Stichprobe vom Umfang 50 mindestens ein defektes Stück enthält.

(a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird eine Lieferung, die genau 2% defekte Teile enthält, zurückgewiesen? Benutzen Sie zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit die exakte Verteilung. Um welche handelt es sich?

(b) Unter welcher anderen approximativen Verteilung wäre eine ungefähre Berechnung dieser Wahrscheinlichkeit möglich? Begründen Sie Ihre Wahl. Vergleichen Sie die erhaltenen Werte.

4. Betrachtet wird Aufgabe 3 auf Übungsblatt 2.

(a) Studieren Sie die R-Hilfeseite zur Funktion `dbinom()` und berechnen Sie mittels dieser Funktion die Wahrscheinlichkeit aus Teilaufgabe (a).

(b) Studieren Sie die R-Hilfeseite zur Funktion `rbinom()` und benutzen Sie diese Funktion, um das in jener Aufgabe beschriebene Szenario für 1000 Versuche zu simulieren (d.h. Simulation von 1000 Realisationen einer Binomial-Verteilung mit Parametern $N = 10$ und $p = 1/2$).

(c) Studieren Sie die R-Hilfeseite zur Funktion `table()` und benutzen Sie diese Funktion, um das Ergebnis zu tabellieren. Studieren Sie die R-Hilfeseite zur Funktion `barplot()` und stellen Sie das Ergebnis mittels dieser Funktion auch graphisch dar.

5. Die Zahl der Anfragen an den WWW-Server des Lehrstuhls für Rechnerorientierte Statistik und Datenanalyse (<http://stats.math.uni-augsburg.de/>) in einer Minute sei Poisson-verteilt mit Parameter λ . Insgesamt können maximal m Anfragen gleichzeitig bearbeitet werden. Anfragen, bei denen wegen Netzüberlastung keine Verbindung zustande kommt, gehen verloren und werden nicht wiederholt.
- (a) Wie hängt der Anteil verlorengegangener Anfragen von λ und m ab?
 - (b) Der zuständige Netzadministrator argumentiert, daß man für eine mit $\lambda = 5$ Poisson-verteilte Anzahl von Anfragen nur $m = 5$ Anschlüsse bräuchte, dann "würden kaum mehr als 5% der Anfragen verloren gehen." Wie groß müßte in diesem Modell m sein, damit weniger als 5% der Anfragen verloren gehen?